

Espejo elipsoidal para la caracterización de materiales en técnica de medio libre

Marta Rojo Martínez⁽¹⁾, Juan Muñoz Madrid⁽¹⁾, Gregorio Molina Cuberos⁽¹⁾,
Ángel J. García-Collado⁽²⁾, José Margineda Puigpelat⁽¹⁾

mrojo@um.es, juanmu@um.es, gregomc@um.es, ajgarcia@ucam.edu, jmargi@um.es

⁽¹⁾ Dpto. de Electromagnetismo y Electrónica, Universidad de Murcia, Campus de Espinardo, Murcia

⁽²⁾ Dpto. de Ciencias Politécnicas, Universidad Católica San Antonio, Murcia

Abstract- The design of an ellipsoidal mirror for experimental characterization of materials at microwave frequencies is proposed. The aim of the mirror is to focus the radiated beam from the emitting antenna in order to avoid scattering problems in the edges of the sample. Both, the emitting antenna and sample are located at the mirror focuses. Due to the emitted and reflected (focused) beams are Gaussian beams, we make use of the Gaussian beam theory to carry out the design. The designed mirror has been optimized by using numerical simulations (COMSOL Multiphysics®). The experimental system presented works at 2-18 GHz band and it can be used for dielectric, magnetic and chiral measurements.

I. INTRODUCCIÓN

La caracterización experimental de materiales a frecuencias de microondas es un problema usual en varias áreas de investigación (comunicaciones, efectos y aplicaciones de los campos electromagnéticos, medicina, química, etc.). La técnica de medida en medio libre es una de las más utilizadas. Presenta las ventajas de no necesitar mecanizado especial de las muestras, simples algoritmos de inversión y en algunos casos, como en los materiales quirales, es la solución más idónea [1].

Un sistema de medida en onda libre consta básicamente de una antena emisora, un soporte para la muestra y una antena receptora. Ambas antenas se conectan a un analizador de redes, o dispositivo equivalente, para la medida de los coeficientes de reflexión y transmisión [2-5]. A partir de éstos, mediante un algoritmo de inversión basado en la hipótesis de que la onda que llega a la muestra es plana, se obtienen los parámetros característicos del material.

La difracción en los bordes de la muestra es un problema a resolver al diseñar un sistema de medida en medio libre. La solución trivial de muestras suficientemente grandes casi nunca es viable. Si la muestra se acerca a la antena emisora la hipótesis de onda plana no se cumple y el algoritmo de inversión se hace extremadamente complicado. La solución idónea es un sistema de focalización. Pueden encontrarse dos alternativas en la bibliografía: lentes en las antenas [2-3] o espejo focalizador [4, 5]. Nosotros hemos optado por un espejo elipsoidal. En la Fig. 1 se muestra nuestro sistema experimental para la banda de 2-18 GHz. Como se puede observar, las antenas no están enfrentadas, sino que sus direcciones son perpendiculares y se cruzan sobre la superficie de un espejo metálico elipsoidal. La antena emisora se localiza en un foco del elipsoide y en el otro foco, donde se concentra la radiación reflejada por el espejo, se

encuentra la muestra. La antena utilizada (FLANN, DP240) es de bocina, circular y dual, su radio de apertura $r_{ap} = 6.75$ cm y su longitud inclinada $R_h = 41.6$ cm. La radiación emitida por la antena a la distancia donde se coloca el espejo, así como la reflejada por éste, son haces gaussianos. Se ha demostrado [6] que se puede mantener la hipótesis de onda plana y desarrollar el algoritmo inverso más simple, sin errores significativos. Por ello, la forma más adecuada de estudiar la radiación emitida por las antenas de microondas y milimétricas, es mediante la teoría de modos gaussianos [7], que presenta la ventaja adicional de facilitar el estudio de la acción de los sistemas de focalización.

Presentamos en este trabajo las pautas de diseño del espejo integrado en el sistema experimental, así como simulaciones que ayudan en la optimización del diseño.

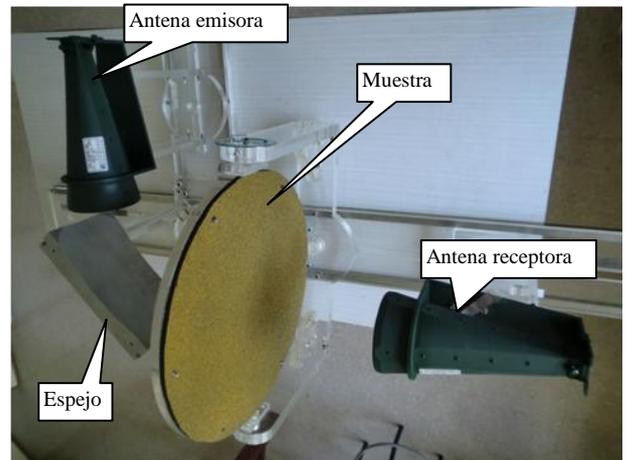


Fig. 1. Fotografía del sistema de medida en medio libre utilizado por los autores.

II. TEORÍA

A. Características de los haces gaussianos

Los haces gaussianos (Fig. 2.a) presentan simetría axial y se expanden transversalmente a medida que se propagan. La amplitud del campo eléctrico disminuye transversalmente siguiendo una distribución gaussiana (Fig. 2.b). En general, las características del haz dependen de la distancia. Hacemos coincidir su dirección de propagación con la coordenada cilíndrica z , y la distancia transversal a dicho eje con la coordenada r . El radio del haz $w(z)$, se define como la

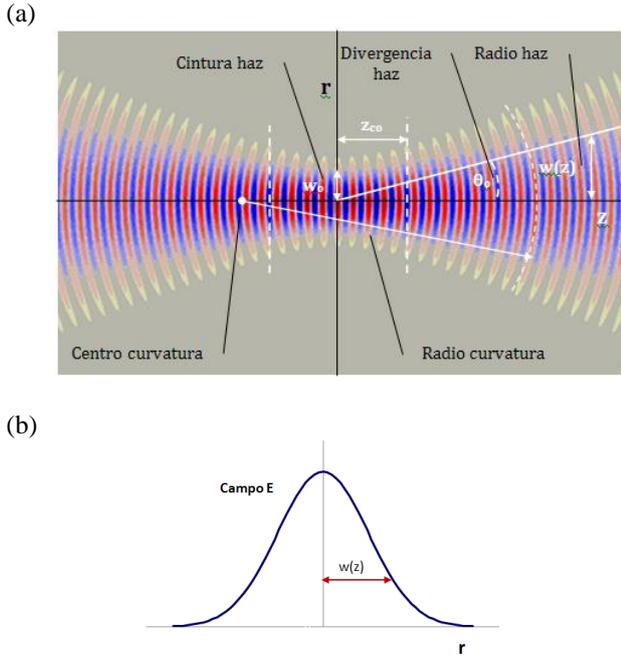


Fig. 2. (a) Simulación de la sección longitudinal un haz gaussiano en dos dimensiones y parámetros característicos. (b) Disminución gaussiana de la amplitud del campo eléctrico de un haz gaussiano, en dirección transversal.

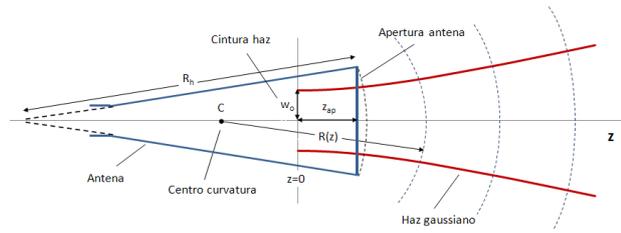


Fig. 3. Esquema de la sección longitudinal del haz gaussiano emitido por una antena.

distancia a la cual el campo eléctrico cae en un factor e. El radio mínimo se denomina cintura del haz, w_0 , y se toma como origen de coordenadas. El radio de curvatura del frente de onda, R , tiende a infinito en w_0 , es decir, la onda es plana.

La emisión de una antena de microondas y milimétricas, puede representarse como procedente de la cintura de un haz gaussiano situado en el interior de las mismas (Fig. 3). Las ecuaciones siguientes nos permiten determinar w y R en función de z , [7]:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2} \quad (1)$$

$$R = z + \frac{1}{z} \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\right) \quad (2)$$

donde λ la longitud de onda de la radiación.

Cuando z es igual a la distancia confocal, $z_{co} = \pi w_0^2 / \lambda$, el radio del haz, $w = w_0 \sqrt{2}$, y el radio de curvatura del haz es mínimo, $R_{min} = 2z_{co}$. Entre $z = 0$ y z_{co} , se puede considerar que el haz está colimado.

Para $z \gg z_{co}$, el radio de curvatura $R \rightarrow z$ y el radio del haz $w(z) \rightarrow w_0 z / z_{co}$, es decir, ambas magnitudes presentan un crecimiento lineal con z y el frente de onda es plano. El

ángulo θ_0 , que forma la recta $w(z)$ con el eje de propagación se denomina divergencia del haz,

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda}{\pi w_0} \right) \quad (3)$$

Es importante señalar que, si la divergencia del haz es mayor de 30° , el modelo de haces gaussianos no es válido.

La potencia de los haces gaussianos es máxima en el eje y decrece exponencialmente al alejarse de él. Si P_0 es la potencia total transmitida por el haz, la potencia que atraviesa una sección transversal circular de radio r a una distancia z , viene dada por la ecuación:

$$P(r, z) = P_0 \left[1 - e^{-2r^2/w(z)^2} \right] \quad (4)$$

Por tanto, para interceptar el 50% de la potencia total el radio de la sección transversal es $r_{3dB} = 0.59 w(z)$

B. Focalización de un haz gaussiano mediante un espejo elipsoidal

La teoría de haces gaussianos predice que se puede focalizar la radiación de un haz utilizando la superficie interior de un elipsoide de revolución metálico. Situando la cintura del haz en uno de los focos del elipsoide, la cintura del haz reflejado se concentra en el otro foco. Los efectos de distorsión del haz son mínimos si la reflexión se produce sobre una sección del elipsoide centrada en el eje menor. El funcionamiento del espejo es óptimo cuando la distancia de los focos del elipsoide al punto de incidencia es igual al radio de curvatura de los haces incidente y reflejado [7].

C. Parámetros característicos del haz gaussiano emitido por una antena de microondas

Las características del haz gaussiano emitido por una antena de microondas (Fig. 3) dependen del tipo de antena y de sus dimensiones. El radio del haz en la apertura de la antena es el que maximiza la potencia del modo gaussiano fundamental [7]. Para una antena dual circular de radio de apertura r_{ap} , su valor es

$$w_{ap} = 0.59 r_{ap} \quad (5)$$

Como consecuencia de las condiciones de contorno de los campos en los metales, el frente de onda del campo eléctrico en la apertura de la mayor parte de las antenas de bocina es esférico y su radio de curvatura en la apertura, R_{ap} , es igual a la longitud inclinada de la bocina, R_h

III. DISEÑO DEL ESPEJO ELIPSOIDAL

Se trata de diseñar un espejo elipsoidal que cumpla las condiciones expuestas (Sección II.B). Para ello:

1. Situamos el centro de curvatura del haz incidente sobre uno de los focos de espejo.
2. Hacemos que el haz incida centrado en el eje menor del elipsoide con un ángulo de 45° .

De esta forma, la distancia de los focos al punto de incidencia es igual al semieje mayor del elipsoide. El cumplimiento de estas condiciones está ligado a las características del haz gaussiano.

En primer lugar procedemos a determinar los parámetros del haz gaussiano emitido por la antena. Tal y como se expone en la sección II.C, la cintura del haz y el radio de curvatura en la apertura de la antena son $w_{ap} = 3.98$ cm y $R_{ap} = 41.6$ cm. A partir de ellos, se pueden determinar la

cintura del haz y su localización hacia el interior de la bocina (Fig. 3), donde situaremos el origen de coordenadas, mediante [7]:

$$w_o = \frac{w}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi w^2}{\lambda R}\right)^2}} \quad (6)$$

$$z = \frac{R}{1 + \left(\frac{\pi w^2}{\lambda R}\right)^2} \quad (7)$$

Vemos que el valor de la cintura del haz y su posición en el interior de la antena dependen de la frecuencia, como sucede también con la divergencia del haz, ecuación (3), y su radio de curvatura mínimo, $R_{min} = 2z_c$. La Tabla 1 muestra los resultados para tres frecuencias representativas. La frecuencia más baja analizada es 4.5 GHz, debido a que para frecuencias por debajo de 4.3 GHz, la divergencia del haz es mayor de 30° y, por tanto, no es válida la aproximación de haz gaussiano.

Desde el punto de vista práctico, interesa que el espejo sea lo más pequeño posible, siempre que permita ubicar adecuadamente los elementos del equipo. A tal efecto hay que considerar las dimensiones de la antena, cuya longitud es de unos 30 cm, y que el semieje mayor del espejo sea mayor que el radio mínimo de curvatura del haz a la frecuencia más alta (Tabla 1). Adoptamos como solución de compromiso que el semieje mayor del elipsoide, $a = 50.0$ cm, y, en consecuencia, el semieje menor, $b = 35.4$ cm.

La elección realizada obliga a que, en el punto de incidencia sobre el espejo, el radio de curvatura del haz sea $R_e = a = 50$ cm. Haciendo uso de la ecuación (7) calculamos el valor de z correspondiente a dicha curvatura, que establece la coordenada del punto medio de la sección del elipsoide, z_e , donde incide el centro del haz. Conocido éste, podemos calcular el radio del haz con la ecuación (1) y la distancia entre la apertura antena y el espejo, $d_{ap-e} = z_e - z_{ap}$.

La Tabla 2 muestra datos relevantes del haz gaussiano en el punto de incidencia sobre el espejo, z_e , y la sección transversal de éste, A_s . La sección se calcula para que se refleje hacia la muestra el 50% de la potencia total del haz incidente y sus dimensiones se determinan por consideraciones geométricas a partir del radio de la superficie transversal que abarca dicha potencia, r_{3dB} (Sección II.A). Se observa que tanto la distancia entre la antena y el espejo, d_{ap-e} , como A_s dependen de la frecuencia. Una medida óptima obligaría a desplazar los elementos y a cambiar de espejo a cada frecuencia. Por tanto, para hacer medidas con barrido en frecuencia, es necesario adoptar una solución de compromiso.

Para utilizar un único espejo que capte como mínimo del 50% de la potencia en toda la banda, se selecciona las dimensiones del espejo correspondientes a 4.5 GHz. Como puede verse en la Tabla 2, dichas dimensiones son de 51 cm, en dirección paralela al eje mayor, y de 36 cm, en dirección perpendicular a dicho eje.

La solución más sencilla para no desplazar los elementos del sistema experimental es fijar su posición de acuerdo a las condiciones óptimas para la frecuencia central de la banda. A dicha frecuencia que es aproximadamente de 11.3 GHz, $z_{ap} = 7.0$ cm, $z_e = 44.5$ cm, $d_{ap-e} = 37.5$ cm. Conocido z_e , podemos calcular las coordenadas del foco de la antena, $z_F = -(a - z_e) = -5.5$ cm, y del centro de curvatura del haz, $z_C = -(R - z_e) = -5.5$ cm, que a esta frecuencia

f (GHz)	w_o (cm)	z_{ap} (cm)	R_{min} (cm)	θ_o (grados)
4.50 ($\lambda=6.67$ cm)	3.9	1.3	14.3	28.4
11.3 ($\lambda=2.65$ cm)	3.6	7.0	31.2	13.1
18.0 ($\lambda=1.67$ cm)	3.2	14.2	39.4	9.3

Tabla 1. Parámetros del haz gaussiano fundamental emitido por la antena dual FLANN-DP240.

f (GHz)	z_e (cm)	w (cm)	r_{3dB} (cm)	d_{ap-e} (cm)	A_s (cm)
4.50	48.9	26.8	16.4	47.6	51x36
11.3	44.5	11.0	6.5	37.5	22x16
18.0	40.4	7.4	4.4	26.2	16x11

Tabla 2. Datos relevantes del haz gaussiano emitido por la antena dual FLANN-DP240, a tres frecuencias representativas, en el punto de incidencia sobre un espejo elipsoidal de semiejes $a=50.0$ cm y $b=35.4$ cm.

f (GHz)	z_e (cm)	R_e (cm)	z_C (cm)	z_F (cm)	d_F (cm)	d_C (cm)
4.50	41.1	42.4	-1.3	-8.9	2.4	7.6
11.3	44.5	50.0	-5.5	-5.5	12.5	0
18.0	54.0	61.2	-9.6	4.0	23.8	13.6

Tabla 3. Parámetros de interés para tres frecuencias representativas, cuando la distancia entre el espejo y la antena se mantiene fija a 37.5 cm.

coinciden, y la distancia entre el foco del espejo y la apertura de la antena, $d_F = z_{ap} - z_C = 12.5$ cm.

Si mantenemos fija la distancia entre el espejo y la antena, $d_{ap-e} = 37.5$ cm, al variar la frecuencia cambian z_{ap} y z_e , y con ellas, R_e , z_C , z_F , d_F y la distancia entre el centro de curvatura y el foco del espejo, $d_C = z_F - z_C$. Los resultados para las frecuencias seleccionadas, se resumen en la Tabla 3.

IV. SIMULACIÓN DE LA REFLEXIÓN DEL HAZ GAUSSIANO EN EL ESPEJO ELIPSOIDAL

Para analizar la validez del diseño expuesto, hemos realizado una serie de simulaciones en 2D utilizando el software comercial COMSOL Multiphysics® en las condiciones expuestas en la Sección III. La Fig. 4 muestra el módulo del campo eléctrico de un haz gaussiano que se refleja en un espejo elíptico, a las tres frecuencias de las tablas. El campo oscila en dirección perpendicular al plano del dibujo y su amplitud es 1 V/m. Los distintos parámetros de la simulación se han establecido de manera que la condición de óptimo funcionamiento del espejo se cumpla estrictamente a la frecuencia central. A las demás frecuencias, la cintura del haz se desplaza en el interior de la antena y el centro de curvatura del haz deja de coincidir con el foco del espejo; este efecto se simula introduciendo una corrección, adecuada a cada frecuencia, en la posición de la cintura del haz. Esta corrección corresponde a $-z_F$ (Tabla 3).

Se observa en todos los casos que el haz se refleja en la dirección que pasa por el segundo foco de la elipse, F2. A pesar de que el haz reflejado presenta mayor divergencia que el incidente no pierde su carácter gaussiano. Dado que el campo reflejado se concentra a lo largo de la dirección de reflexión no resulta crítico el posicionamiento de la muestra en torno al foco según esta dirección. No se aprecia efectos importantes de difracción, salvo a la frecuencia más baja, como era esperable.

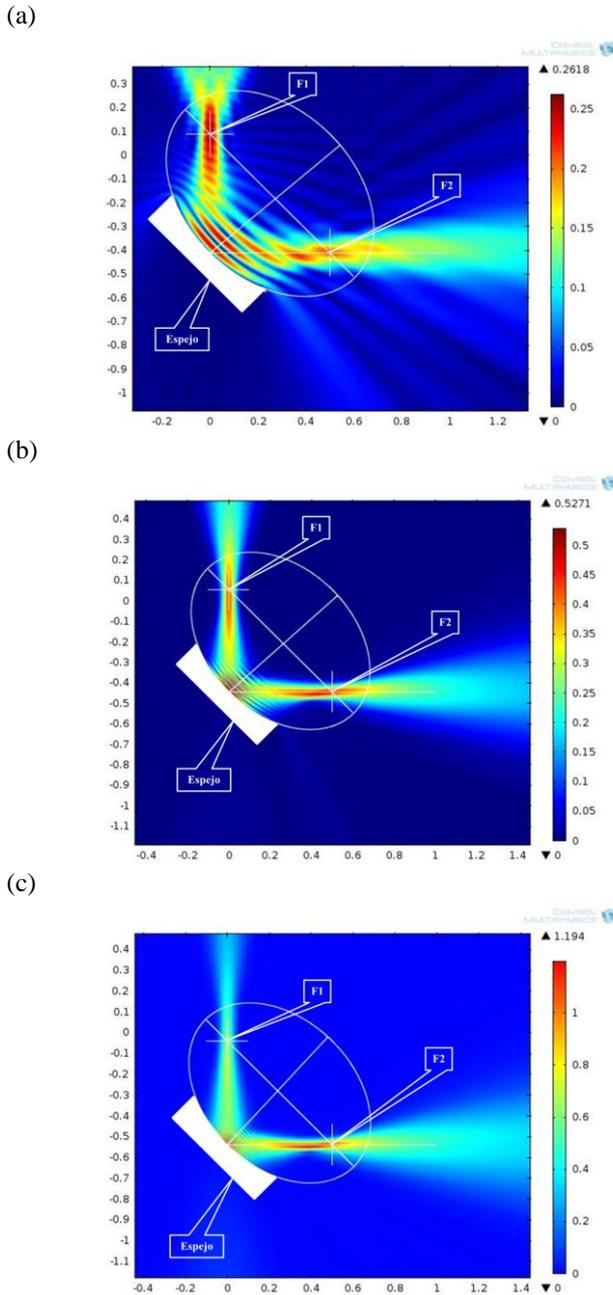


Fig. 4. Simulación con COMSOL de la reflexión de un haz gaussiano en un espejo elipsoidal a las frecuencias: (a) 4.5 GHz, (b) 11.3 GHz y (c) 18 GHz. Se dibuja con trazo blanco la elipse generadora del espejo, sus ejes y la posición de los focos. Los segmentos verticales marcados en F2 se utilizan para muestrear el campo eléctrico.

La Fig. 5 muestra la variación del campo eléctrico a lo largo de un segmento vertical de 20 cm centrado en el foco F2 a la frecuencia de 11.3 GHz. Se puede apreciar que una muestra de unos 15 cm de diámetro, colocada en dicho foco, captaría prácticamente toda la potencia reflejada, siendo el radio del haz de unos 3 cm. El mismo estudio realizado a las frecuencias extremas del barrido permite concluir que un diámetro de muestra de unos 20 cm sería suficiente para que los efectos de difracción sean despreciables en toda la banda, siendo el radio máximo de haz en F2 de unos 6 cm.

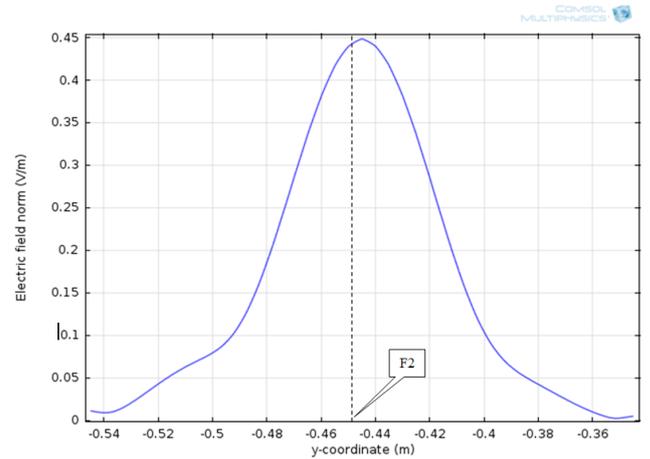


Fig. 5. Campo eléctrico a lo largo de la recta vertical mostrada en la Fig. 4 sobre el foco F2, a la frecuencia de 11.3 GHz.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudia el diseño de un espejo elipsoidal para un sistema de medida de características de materiales en medio libre y a frecuencias de microondas. La teoría de haces gaussianos aporta la herramienta necesaria para las pautas de diseño. Mediante simulación se ha comprobado que la forma, tamaño y posición del espejo respecto a los parámetros del haz incidente son los adecuados para la correcta reflexión del mismo en toda la banda de frecuencias, sin que sea necesario corregir la distancia entre antena emisora y muestra.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido subvencionado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (TEC2010-21496-C03-02) y Fondos FEDER.

REFERENCIAS

- [1] Margineda, J, Molina-Cuberos, G.J, Núñez, M.J., García-Collado, A.J. and Martín, E., Electromagnetic Characterization of Chiral Media, in *Solutions and Applications of Scattering, Propagation, Radiation and Emission of Electromagnetic Waves*, edited by Ahmed Kishk, InTech, November 14, 2012.
- [2] Chen L F, Ong CK, Neo CP, Varadan VV, Varadan VK. *Microwave Electronics Measurement and Materials Characterization*, Chichester, England: John Wiley & Sons; 2004.
- [3] Guire T, Varadan VK, Varadan VV. "Influence of chirality on the response of EM waves by planar dielectric slabs", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. Vol. 32, n° 4, pp. 300-303, 1990.
- [4] Lynch AC, Simkin D. "Measurement of permeability and permittivity" of ferrites. *Measurement Science Technology*. Vol. 1, pp. 1162-1167, 1990.
- [5] Muñoz J, Rojo M, Parreño A, Margineda J. "Automatic measurement of permittivity and permeability at microwave frequencies using normal and oblique free-wave incidence with focused beam", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*. Vol. 47, n° 4, pp. 886-892, 1998.
- [6] Rickard Petersson LE, Smith GS. "An Estimate of the Error Caused by the Plane-Wave Approximation in Free-Space Dielectric Measurement Systems", *IEEE Transactions on Antennas Propagation*. Vol. 50, n° 6, pp. 878-887, 2002.
- [7] Goldsmith, P.F. *Quasioptical Systems, Gaussian Beam Quasioptical Propagation and Applications*, IEEE Press/Chapman & Hall Publishers Series, New York 1998.